

数 学

本试卷满分为 120 分,考试时间为 120 分钟.

一、选择题(本大题共 10 个小题,每小题 3 分,满分 30 分. 每小题都给出标号为 A,B,C,D 四个备选答案,其中有且只有一个是正确的)

1. $|-3|$ 的倒数是 ()

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. $-\frac{1}{3}$

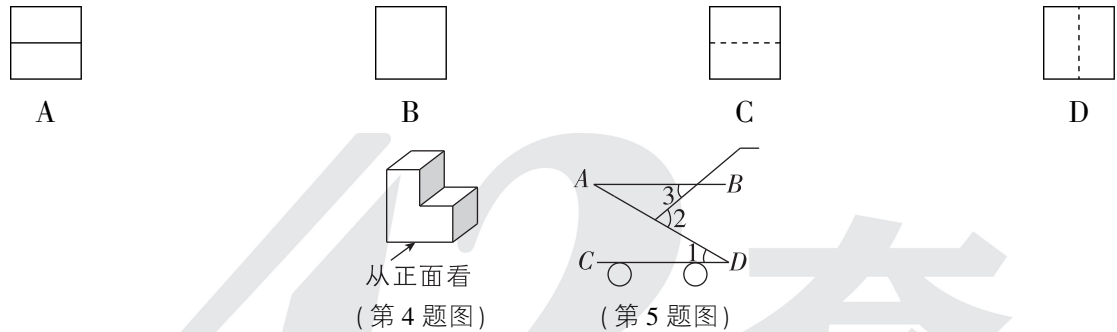
2. 2025 年 4 月 24 日,神舟二十号载人飞船成功发射,以壮丽升空将第 10 个中国航天日从纪念变为庆祝. 下列航天图案是中心对称图形的是 ()



3. 下列计算正确的是 ()

- A. $2x^2+x^3=3x^5$ B. $2x^2 \cdot x^3=2x^5$ C. $2x^3 \div (-x^2)=2x$ D. $(2x^2)^3=2x^6$

4. 如图是社团小组运用 3D 打印技术制作的模型,它的左视图是 ()



5. 如图是一款儿童小推车的示意图,若 $AB \parallel CD$, $\angle 1=30^\circ$, $\angle 2=70^\circ$,则 $\angle 3$ 的度数为 ()

- A. 40° B. 35° C. 30° D. 20°

6. 求一组数据方差的算式为 $s^2=\frac{1}{n} \times [(6-\bar{x})^2+(8-\bar{x})^2+(8-\bar{x})^2+(6-\bar{x})^2+(7-\bar{x})^2]$. 由算式提供的信息,下列说法错误的是 ()

- A. n 的值是 5
B. 该组数据的平均数是 7
C. 该组数据的众数是 6
D. 若该组数据加入两个数 7,7,则这组新数据的方差变小

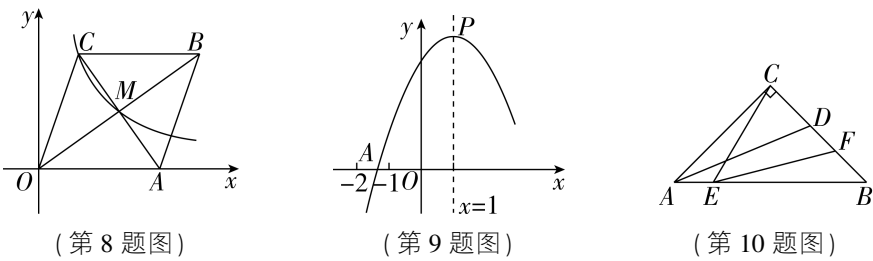
7. 某商场打折销售一款风扇,若按标价的六折出售,则每台风扇亏损 10 元;若按标价的九折出售,则每台

风扇盈利 95 元. 这款风扇每台的标价为 ()

- A. 350 元 B. 320 元 C. 270 元 D. 220 元

8. 如图,菱形 $OABC$ 的顶点 A 在 x 轴正半轴上, $OA=3$,反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象过点 C 和菱形的对称中心 M ,则 k 的值为 ()

- A. 4 B. $4\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$



9. 如图,二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分图象与 x 轴的一个交点 A 位于 $(-2,0)$ 和 $(-1,0)$ 之间,顶点 P 的坐标为 $(1, n)$. 下列结论:① $abc<0$;②对于任意实数 m ,都有 $am^2+bm-a-b \geq 0$;③ $3b<2c$;④若该二次函数的图象与 x 轴的另一个交点为 B ,且 $\triangle PAB$ 是等边三角形,则 $n=-\frac{3}{a}$. 其中所有正确结论的序号是 ()

- A. ①② B. ①③ C. ①④ D. ①③④

10. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC$, AD 是角平分线. 点 E 从点 A 出发,沿 AB 方向向点 B 运动,连接 CE ,点 F 在 BC 上,且 $\angle CEF=45^\circ$. 设 $AE=x$, $FD=y$,若 y 关于 x 的函数图象过点 $(0, 2-\sqrt{2})$,则该图象上最低点的坐标为 ()

- A. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}-\sqrt{2})$ B. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3}{2}-\sqrt{2})$
C. $(\frac{1}{2}, 3-2\sqrt{2})$ D. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 3-2\sqrt{2})$

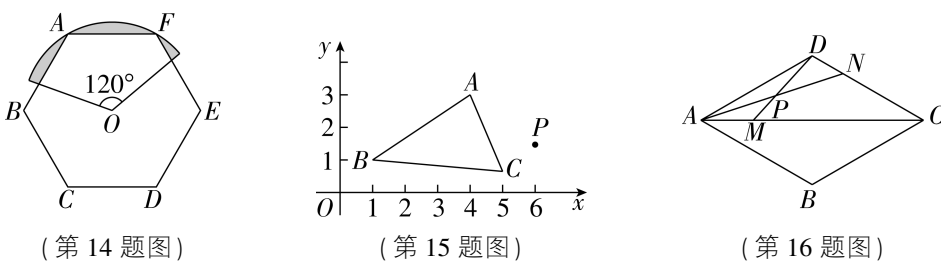
二、填空题(本大题共 6 个小题,每小题 3 分,满分 18 分)

11. 2025 年 2 月 2 日是第 29 个“世界湿地日”,主题是“保护湿地 共筑未来”. 国家林草局公布的最新数据显示,全国湿地面积稳定保持在 56 350 000 公顷以上. 将数据 56 350 000 用科学记数法表示为_____.

12. 实数 $3\sqrt{2}$ 的整数部分为_____.

13. 因式分解: $2x^2-12xy+18y^2=$ _____.

14. 如图,正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 4,中心为点 O ,以点 O 为圆心,以 AB 长为半径作圆心角为 120° 的扇形,则图中阴影部分的面积为_____.



15. 如图,在平面直角坐标系中,点 P 的坐标为 $(6, \frac{3}{2})$, $\triangle ABC$ 的顶点 A 的坐标为 $(4,3)$. 以点 P 为位似中心作 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 位似,相似比为 2,且与 $\triangle ABC$ 位于点 P 同侧;以点 P 为位似中心作 $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 位似,相似比为 2,且与 $\triangle A_1B_1C_1$ 位于点 P 同侧……按照以上规律作图,点 A_3 的坐标为_____.

16. 如图,在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD=60^\circ$,对角线 $AC=6$ cm. 点 M 从点 A 出发,沿 AC 方向以 1 cm/s 的速度向点 C 运动,同时,点 N 从点 C 出发,沿 CD 方向以 $\sqrt{3}$ cm/s 的速度向点 D 运动,当一点到达终点时,另一点随之停止运动,连接 AN, DM 交于点 P . 在此过程中,点 P 的运动路径长为_____ cm.

三、解答题(本大题共 8 个小题,满分 72 分)

17. (本题满分 6 分)

先化简,再求值: $(2+m+\frac{4}{m-2}) \div \frac{m}{3m-6}$, 其中 $m=(-1)^{2^{025}}$.

18. (本题满分 7 分)

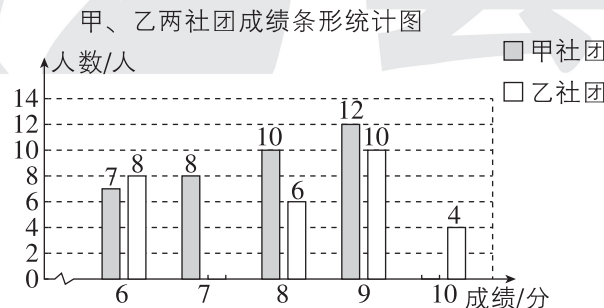
2025 年 4 月 19 日,烟台市民文化艺术季启幕. 某校带领甲、乙两个社团参观甲骨学发展史馆,领略殷商文明甲骨文化穿越千年的不朽魅力. 活动结束后,两个社团进行了一次满分为 10 分的甲骨学发展史测试,并对所有学生的成绩进行了收集、整理、分析,信息如下:

①甲社团的成绩(单位:分)情况如下:

6,6,6,6,7,7,7,7,7,6,7,7,6,7,7,6,7,8,8,8,8,9,8,8,9,9,9,8,8,9,9,9,7,9,6,9,9,10,8,8,9,9,10,10.

②乙社团的平均成绩为 $\frac{6 \times 8 + 7 \times 12 + 8 \times 6 + 9 \times 10 + 10 \times 4}{8+12+6+10+4} = 7.75$ (分).

③将两个社团的成绩绘制成如下不完整的统计图:



根据以上信息,解决下列问题:

(1) 将条形统计图补充完整;

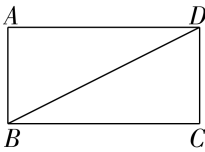
(2) 成绩为 8 分的学生在_____社团的排名更靠前(填“甲”或“乙”);

(3)已知甲社团的满分学生中有两名女生,现从甲社团满分学生中随机抽取两人,参加甲骨学发展史宣讲活动. 请用树状图或表格求所抽取的两人恰好是一名男生和一名女生的概率.

19. (本题满分 7 分)

如图, BD 是矩形 $ABCD$ 的对角线,请按以下要求解决问题:

- (1)利用尺规作 $\triangle BED$,使 $\triangle BED$ 与 $\triangle BCD$ 关于直线 BD 成轴对称(不写作法,保留作图痕迹);
- (2)在(1)的条件下,若 BE 交 AD 于点 F , $AB=1$, $BC=2$,求 AF 的长.



20. (本题满分 8 分)

2025 年 6 月 5 日是第 54 个“世界环境日”,为打造绿色低碳社区,某社区决定购买甲、乙两种太阳能路灯安装在社区公共区域,升级改造现有照明系统. 已知购买 1 盏甲种路灯和 2 盏乙种路灯共需 220 元,购买 3 盏甲种路灯比 4 盏乙种路灯的费用少 140 元.

- (1)求甲、乙两种路灯的单价;
- (2)该社区计划购买甲、乙两种路灯共 40 盏,且甲种路灯的数量不超过乙种路灯数量的 $\frac{1}{3}$,请通过计算设计一种购买方案,使所需费用最少.

21. (本题满分 9 分)

【综合与实践】

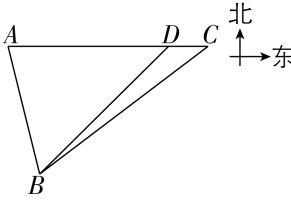
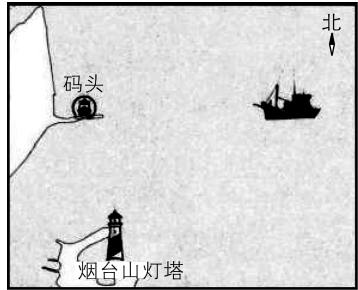
烟台山灯塔被誉为“黄海夜明珠”,它坐落在烟台山上,为过往船只提供导航服务. 为了解渔船海上作业情况,某日,数学兴趣小组开展了实践探究活动.

如图,一艘渔船自东向西以每小时 10 海里的速度向码头 A 航行,小组同学收集到以下信息:

位置信息	码头 A 在灯塔 B 北偏西 14° 方向
	14:30 时,渔船航行至灯塔 B 北偏东 53° 方向的 C 处
	15:00 时,渔船航行至灯塔 B 东北方向的 D 处
天气预警	受暖湿气流影响,今天 17:30 到夜间,码头 A 附近海域将出现浓雾天气. 请注意防范

请根据以上信息,解答下列问题:

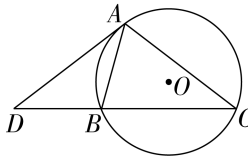
- (1)求渔船在航行过程中到灯塔 B 的最短距离;
- (2)若不改变航行速度,请通过计算说明渔船能否在浓雾到来前到达码头 A (参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sin 14^\circ \approx 0.24$, $\cos 14^\circ \approx 0.97$, $\tan 14^\circ \approx 0.25$).



22. (本题满分 10 分)

如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle ABC=2\angle C$,点 D 在线段 CB 的延长线上,且 $BD=AB$,连接 AD .

- (1)求证: AD 是 $\odot O$ 的切线;
- (2)当 $AB=5$, $AC=8$ 时,求 BC 的长及 $\odot O$ 的半径.



23. (本题满分 11 分)

【问题呈现】

如图(1),已知 P 是正方形 $A_1A_2A_3A_4$ 外一点,且满足 $\angle PA_1A_2+\angle PA_3A_2=180^\circ$,探究 PA_1 , PA_2 , PA_3 三条线段的数量关系.

小颖通过观察、分析、思考,形成了如下思路:

思路一:如图(2),构造 $\triangle QA_3A_2$ 与 $\triangle PA_1A_2$ 全等,从而得出 PA_1+PA_3 与 PA_2 的数量关系;

思路二:如图(3),构造 $\triangle MA_1A_2$ 与 $\triangle NA_3A_2$ 全等,从而得出 PA_1+PA_3 与 PA_2 的数量关系.

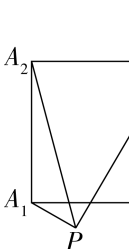
(1)请参考小颖的思路,直接写出 PA_1+PA_3 与 PA_2 的数量关系 _____;

【类比探究】

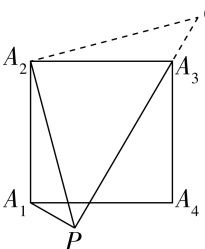
(2)如图(4),若 P 是正五边形 $A_1A_2A_3A_4A_5$ 外一点,且满足 $\angle PA_1A_2+\angle PA_3A_2=180^\circ$, $PA_1=11$, $PA_3=49$,求 PA_2 的长度(结果精确到 0.1,参考数据: $\sin 54^\circ \approx 0.81$, $\sin 72^\circ \approx 0.95$, $\cos 54^\circ \approx 0.59$, $\cos 72^\circ \approx 0.31$);

【拓展延伸】

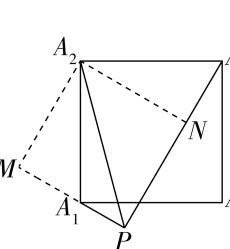
(3)如图(5),若 P 是正十边形 $A_1A_2\cdots A_{10}$ 外一点,且满足 $\angle PA_1A_2+\angle PA_3A_2=180^\circ$,则 PA_1 , PA_2 , PA_3 三条线段的数量关系为 _____(结果用含有锐角三角函数的式子表示).



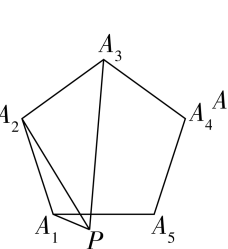
图(1)



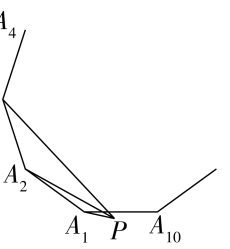
图(2)



图(3)



图(4)

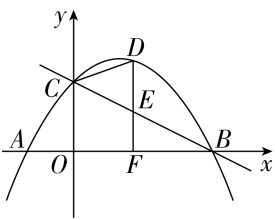
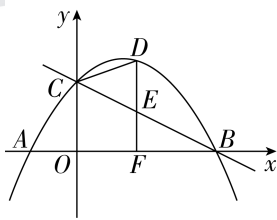


图(5)

24. (本题满分 14 分)

如图,抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 与 x 轴交于 A , B 两点(点 A 在点 B 左侧),与 y 轴交于点 C , $OA=2$, $OB=6$, D 是直线 BC 上方抛物线上一动点,作 $DF\perp AB$ 交 BC 于点 E ,垂足为点 F ,连接 CD .

- (1)求抛物线的表达式;
- (2)设点 D 的横坐标为 t ,
 - ①用含有 t 的代数式表示线段 DE 的长度;
 - ②是否存在点 D ,使 $\triangle CDE$ 是等腰三角形? 若存在,请求出所有满足条件的点 D 的坐标;若不存在,请说明理由;
- (3)连接 OE ,将线段 OE 绕点 O 按顺时针方向旋转 90° 得到线段 OG ,连接 AG ,请直接写出线段 AG 长度的最小值.



备用图